Leonardini 2012

Corso PON "Competenze per lo sviluppo"

Liceo Scientifico Statale

"Da Vinci"

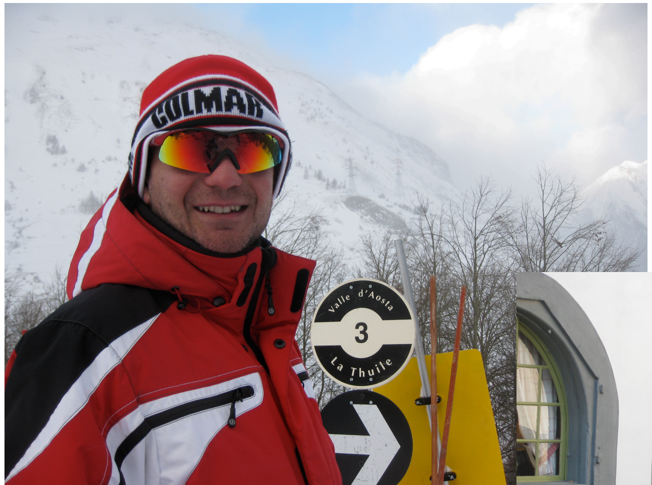
Salerno

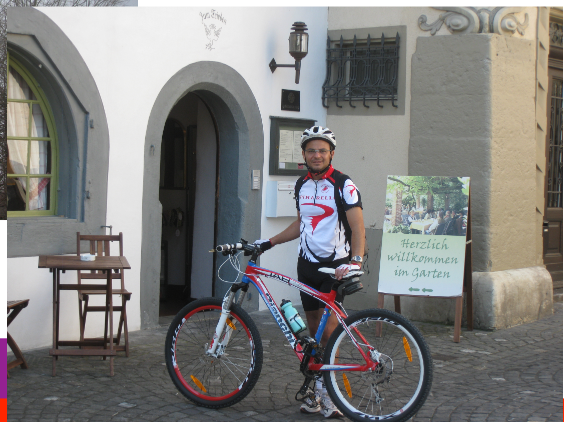
Ing. Ivano Coccorullo – Prof. Gaetano Fiore

“Presentazioni”

Mi chiamo Ivano Coccorullo.
Ho ?? anni.
Sono laureato in Ingegneria Chimica a Fisciano
Insegno Fisica all’ITC di Cava dei Tirreni (quest’anno)
Ho insegnato Matematica e Fisica ad Avellino, Benevento…
Ho insegnato all’Università alla facoltà di Ingegneria

"Presentazioni"





“Presentazioni”

… e voi?...

Olimpiadi della Matematica

Le **Olimpiadi Internazionali della Matematica** sono una gara internazionale di problem-solving matematico per studenti delle scuole medie superiori.

Sono la più vecchia delle Olimpiadi Scientifiche.

La competizione è articolata su vari **livelli**; si accede alla fase successiva della competizione se si rientra nell'elenco dei selezionati per merito.

"Una gara ad eliminazione"

Giochi di Archimede

Selezioni provinciali

Finale nazionale a Cesenatico: si vincono le medaglie ☺

Stage pre-olimpico

Finale internazionale

"Olimpiadi Nazionali della Matematica"

Il vincitore della finale nazionale di Cesenatico si può fregiare del titolo di **campione italiano delle Olimpiadi di Matematica**.

- 1987: *Massimo Gobbino* di Asti (5° anno)
- 1988: *Andrea Maffei* di Pisa (4° anno)
- 1989: *Carlo Mantegazza* di Milano (5° anno)
- 1990: *Sergio Conti* di Pisa (5° anno)
- 1991: *Emanuele Paolini* di Udine (4° anno)
- 1992: *Alberto Canonaco* di Crema (5° anno)
- 1993: *Davide Pagnin* di Pordenone (5° anno)
- 1994: *Francesco Morandin* di Treviso (5° anno)
- 1995: *Saverio Trioni* di Milano (5° anno)
- 1996: *Davide Gaiotto* di Torino (5° anno)
- 1997: *Diego Conti* di Pisa (5° anno)
- 1998: *Gregorio Guidi* di Cesena (5° anno)
- 1999: *Marcello Mamino* di Asti (5° anno)
- 2000: *Dario Saccavino* di Milano (5° anno)

- 2000: *Dario Saccavino* di Milano (5° anno)
- 2001: *Emanuele Spadaro* di Catania (4° anno)
- 2002: *Emanuele Spadaro* di Catania (5° anno)
- 2003: *Giulio Tiozzo* di Torino (5° anno)
- 2004: *Luca Barbieri* di Milano (4° anno)
- 2005: *Gabriele Negro* di Udine (5° anno)
- 2006: *Simone Di Marino* di Pescara (5° anno)
- 2007: *Pietro Vertechi* di Roma (3° anno)
- 2008: *Andrea Fogari* di Gorizia (3° anno)
- 2009: *Andrea Bianchi* di Latina (3° anno) e *Luca Ghidelli* di Bergamo (4° anno), *ex aequo*
- 2010: *Luca Ghidelli* di Bergamo (5° anno)

Olimpiadi internazionali della Matematica

Le prime olimpiadi si tennero nel 1959 in **Romania** con la partecipazione di 7 nazioni. Da allora la gara si è tenuta ogni anno, tranne il 1980, e si è estesa a più di 80 nazioni partecipanti di 5 continenti.

La 52ª Olimpiade si è tenuta ad **Amsterdam**, Paesi Bassi dal 2 al 24 luglio del 2011.

Le olimpiadi consistono nella soluzione di 6 problemi nei domini della Geometria, Algebra, Logica, Statistica e Calcolo Combinatorio.

Olimpiadi internazionali della Matematica

European Girls' Mathematical Olympiad: 10-16 aprile 2012 (Murray Edwards College, Cambridge).

BMO 2012: aprile /maggio 2012 (Antalya, Turchia).

Olimpiadi Nazionali della Matematica: 3-6 maggio 2012 (Cesenatico).

Prove di selezione per le olimpiadi internazionali: fine maggio (Pisa)

Olimpiadi internazionali: 4-12 luglio 2012 (Argentina)

Olimpiadi internazionali della Matematica

European Girls' Mathematical Olympiad: 10-16 aprile 2012 (Murray Edwards College, Cambridge).

BMO 2012: aprile /maggio 2012 (Antalya, Turchia).

Olimpiadi Nazionali della Matematica: 3-6 maggio 2012 (Cesenatico).

Prove di selezione per le olimpiadi internazionali: fine maggio (Pisa)

Olimpiadi internazionali: 4-12 luglio 2012 (Argentina)

Tematiche delle Olimpiadi della Matematica

- ✓ Geometria
- ✓ Algebra
- ✓ Analisi
- ✓ Logica
- ✓ Statistica e Calcolo delle Probabilità

ALGEBRA

Criteri di divisibilità

18) Qual è il più piccolo intero di cinque cifre divisibile per 3 e per 13?
(A) 10011 **(B)** 10020 **(C)** 10036 **(D)** 10062 **(E)** nessuno dei precedenti.

24) L'intero $n > 0$ in base dieci si scrive solo con le cifre 3 e 5 ed ha un numero dispari di cifre. Inoltre è divisibile per 11. Qual è il minimo numero di cifre che può avere n?
(A) 5 **(B)** 7 **(C)** 11 **(D)** 15 **(E)** non esiste un tale n.

Criteri di divisibilità

per 2
un numero è divisibile per 2 se termina con zero o una cifra pari

per 3
un numero è divisibile per 3 se la somma delle sue cifre è 3 o un multiplo di 3

per 4
un numero è divisibile per 4 se le ultime due cifre sono 00 oppure formano un numero multiplo di 4

Criteri di divisibilità

per 5
un numero è divisibile per 5 se la sua ultima cifra è 0 o 5

per 6
un numero è divisibile per 6 se è contemporaneamente divisibile per 2 e per 3

per 7
un numero con più di due cifre è divisibile per 7 se la differenza del numero ottenuto escludendo la cifra delle unità e il doppio della cifra delle unità è 0, 7 o un multiplo di 7.
per es. 95676 è divisibile per 7 se lo è il numero 9567-2*6=9555; questo è divisibile per 7 se lo è il numero 955-2*5=945; questo è divisibile per 7 se lo è 94-2*5=84 che è divisibile per 7 dunque lo è anche il numero 95676.

Criteri di divisibilità

Per 8

un numero è divisibile per 8 se termina con tre zeri o se è divisibile per 8 il numero formato dalle sue ultime 3 cifre

Per 9

un numero è divisibile per 9 se la somma delle sue cifre è 9 o un multiplo di 9

Per 10

un numero è divisibile per 10 se la sua ultima cifra è 0

Criteri di divisibilità

Per 11
un numero è divisibile per 11 se la differenza (presa in valore assoluto), fra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari, è 0, 11 o un multiplo di 11
per es. 625834 è divisibile per 11 in quanto (2+8+4)-(6+5+3)=14-14=0

Per 12
un numero è divisibile per 12 se è contemporaneamente divisibile per 3 e per 4

Per 13
un numero con più di due cifre è divisibile per 13 se la somma del quadruplo della cifra delle unità con il numero formato dalle rimanenti cifre è 0, 13 o un multiplo di 13
per es. 7306 è divisibile per 13 se lo è il numero 730+4*6=754; questo è divisibile per 13 in quanto 75+4*4=91 è multiplo di 13 (13*7=91)

Criteri di divisibilità

Per 17

un numero con più di due cifre è divisibile per 17 se la differenza (presa in valore assoluto), fra il numero ottenuto eliminando la cifra delle unità e il quintuplo della cifra delle unità è 0, 17 o un multiplo di 17

per es. 2584 è divisibile per 17 se lo è il numero 258-5*4=238; questo è divisibile per 17 se lo è il numero 23-5*8=17

Per 25

un numero è divisibile per 25 se il numero formato dalle ultime 2 cifre è divisibile per 25, cioè 00, 25, 50, 75

Per 100

un numero è divisibile per 100 se le ultime due cifre sono 00

Criteri di divisibilità

18) Qual è il più piccolo intero di cinque cifre divisibile per 3 e per 13?
(A) 10011 **(B)** 10020 **(C)** 10036 **(D)** 10062 **(E)** nessuno dei precedenti.

18) La risposta è **(E)**.
Il numero 10062 è, per verifica diretta, l'unico fra i numeri elencati divisibile sia per 3 che per 13. Non è però il piú piccolo numero di 5 cifre con questa proprietà, in quanto anche $10062 - 3 \cdot 13 = 10023$ la possiede.

24) La risposta è (**B**).

Ricordiamo che un numero è divisibile per 11 quando la differenza fra la somma delle cifre di posto pari e quelle di posto dispari è 0, 11 o un suo multiplo. Di conseguenza il numero cercato è formato da cifre 3 e 5 alternate. Se infatti nel numero richiesto vi fossero due cifre uguali vicine (una di posto pari e l'altra di posto dispari) sarebbe possibile ottenere da esso un altro numero con le caratteristiche richieste, ma con meno cifre sopprimendo tale coppia di cifre uguali. Sia $2n+1$ il numero di cifre cercato. Si hanno allora due casi:

- La cifra delle unità è 5. In questo caso nel numero compare $n+1$ volte la cifra 5 e n volte la cifra 3. Quindi $5(n+1)-3n = 2n+5$ deve valere 0 o un multiplo di 11. Per minimizzare n, devo scegliere il multiplo più piccolo che fornisce una soluzione n intera, cioè 11 stesso e si ottiene $n = 3$. In questo caso il numero risultante ha 7 cifre, ed è 5353535.
- La cifra delle unità è 3. In questo caso nel numero compare $n+1$ volte la cifra 3 e n volte la cifra 5. Quindi $5n-3(n+1) = 2n-3$ deve valere 0 o un multiplo di 11. Per minimizzare n, devo scegliere il multiplo più piccolo che fornisce una soluzione n intera, cioè di nuovo 11 stesso e si ottiene $n = 7$. In questo caso il numero risultante ha 15 cifre, e non è quindi quello richiesto.

Numeri Primi

	2	3	5	7
29	31	37	41	43
71	73	79	83	89
113	127	131	137	139

11	13	17	19	23
47	53	59	61	67
97	101	103	107	109
149	151	157	163	167

Proporzioni e proprietà

Proprietà FONDAMENTALE delle proporzioni

In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

Da $A : B = C : D$ segue $A \times D = B \times C$

Proprietà dell' INVERTIRE

Da $A : B = C : D$ segue $B : A = D : C$

Proprietà del PERMUTARE i medi

Da $A : B = C : D$ segue $A : C = B : D$

Proprietà del PERMUTARE gli estremi

Da $A : B = C : D$ segue $D : B = C : A$

Proprietà del COMPORRE

Da $A : B = C : D$ segue $(A + B) : B = (C + D) : D$

oppure $(A + B) : A = (C + D) : C$

Proprietà dello SCOMPORRE

Da $A : B = C : D$ segue $(A - B) : B = (C - D) : D$ (con $A>B$) oppure $(A - B) : A = (C - D) : C$

Proprietà del COMPORRE e dello SCOMPORRE

Da $A : B = C : D$ segue $(A + B) : (A - B) = (C + D) : (C - D)$ (con $A>B$)

Proporzioni

Proporzionalità diretta

Due classi di grandezze X e Y si dicono fra loro direttamente proporzionali se esiste una costante k, non nulla, tale che, per ogni x e y appartenenti a X e Y, $y = k\,x$.
(vedi la retta)

Proporzionalità inversa

Due classi di grandezze X e Y si dicono fra loro inversamente proporzionali se esiste una costante k, non nulla, tale che, per ogni x e y appartenenti a X e Y, $x\,y = k$.
(vedi l'iperbole equilatera)

Proprietà delle potenze

6) Quanto vale il quadrato del quadrato del quadrato di 8?
(A) 2^8 (B) 8^4 (C) 8^6 (D) 8^8 (E) 2^{64}.

20) Quante cifre ha il numero $(123456789)^6$?
(A) 16 (B) 48 (C) 49 (D) 50 (E) 54

Proprietà delle potenze

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ volte}}$ con $n \in \mathbb{N} - \{0\}$, $a \in \mathbb{R}$

$a^0 = 1$, $a \neq 0$; $a^1 = a$; 0^0 non ha significato

definizione: la potenza di un numero è il prodotto del numero per se stesso tante volte quante ne indica l'esponente.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

1ª proprietà: il prodotto tra due o più potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ da cui $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a \neq 0$

2ª proprietà: il quoziente tra due potenze aventi la stessa base è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

3ª proprietà: la potenza di una potenza è uguale ad una potenza avente per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

4ª proprietà: il prodotto tra due o più potenze aventi gli stessi esponenti è uguale ad una potenza avente per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente.

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$, $b \neq 0$

5ª proprietà: il quoziente tra due potenze aventi gli stessi esponenti è uguale ad una potenza avente per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente.

Proprietà delle potenze

6) Quanto vale il quadrato del quadrato del quadrato di 8?
(A) 2^8 (B) 8^4 (C) 8^6 (D) 8^8 (E) 2^{64}.

20) Quante cifre ha il numero $(123456789)^6$?
(A) 16 (B) 48 (C) 49 (D) 50 (E) 54

20) La risposta è **(C)**.
Si ha $(123456789)^6 = (\alpha \cdot 10^8)^6 = \alpha^6 \cdot 10^{48}$, ove $\alpha = 1,23\ldots$; quindi $\alpha^2 < 2$, $\alpha^6 < 8$: pertanto il numero delle cifre è lo stesso di 10^{48}, cioè 49.

Proprietà dei radicali

23) I numeri $p = 7 - \sqrt{47}$, $q = 5 - \sqrt{23}$ e $r = 2 - \sqrt{2}$, verificano:
(A) $r < q < p$ **(B)** $r < p < q$ **(C)** $p < q < r$ **(D)** $q < p < r$ **(E)** $q < r < p$.

2007–2013

Proprietà dei radicali

» **Definizione:** si chiama **radicale** il simbolo $\sqrt[n]{a}$, dove *n*, numero intero positivo, si chiama *indice del radicale*, e *a* è detto *radicando*.

$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$ [$\sqrt[n]{0} = 0$, $\sqrt[n]{1} = 1$] dove
$n \in N_0 , a \in R^+$

» Un **radicale** si dice **irriducibile** se l'indice e l'esponente del radicando sono primi fra loro.

» Un radicale si può esprimere come **potenza ad esponente razionale** (frazione)

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

» **Proprietà :**

per $n, m \in N_0$ e $a, b \in R^+$

$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nm]{a^m}$ (proprietà invariantiva)

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$c \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot c^n} \quad , c > 0$$

Proprietà dei radicali

23) La risposta è **(C)**. Le tre espressioni p, q, r sono della forma $n - \sqrt{n^2 - 2}$, con $n = 7, 5, 2$ rispettivamente. Moltiplicando e dividendo l'espressione precedente per $n + \sqrt{n^2 - 2}$ si ottiene

$$n - \sqrt{n^2 - 2} = \frac{2}{n + \sqrt{n^2 - 2}} \ ;$$

il membro di destra ha il numeratore costante e il denominatore crescente al crescere di n, quindi è decrescente al crescere di n. Quindi $p = 7 - \sqrt{47}$, corrispondente a $n = 7$ è il numero più piccolo dei tre, $q = 5 - \sqrt{23}$, corrispondente a $n = 5$ è il numero intermedio fra i tre, $r = 2 - \sqrt{2}$, corrispondente a $n = 2$ è il numero più grande dei tre.

2007–2013

Proprietà dei radicali

» **RADICALI DOPPI**

Si dice **radicale** quadratico **doppio** un radicale del tipo
$\sqrt{a+\sqrt{b}}$.

Vale questa identità:

$$\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} .$$

Osservazione: questa identità è utile alla semplificazione del radicale solo se la quantità sotto radice $\left(a^2-b\right)$ è un quadrato perfetto.

La stessa identità si può anche scrivere:

$$\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}+\sqrt{a-b}\right)}\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{a}-\sqrt{a-b}\right)}$$

2007–2013

Proprietà dei logaritmi

» **definizione**:

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$, $a > 0, a \neq 1, b > 0, \forall x \in R$

» **proprietà:**

$\log_a (m \cdot n) = \log_a m + \log_a n$, $a > 0, a \neq 1, m > 0, n > 0$

$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$, $a > 0, a \neq 1, m > 0, n > 0$

$\log_a m^n = n \cdot \log_a m$, $a > 0, a \neq 1, m > 0, n \in R$

$\log_a \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \cdot \log_a m$, $a > 0, a \neq 1, m > 0, n \in N_0$

» **cambiamento di base**:

$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$, $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, c > 0$

Prodotti notevoli

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	il **quadrato di un binomio** è uguale al quadrato del primo termine, più il doppio prodotto del primo per il secondo, più il quadrato del secondo termine.
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	il **quadrato di un trinomio** è uguale allla somma dei quadrati dei tre termini, più i tre doppi prodotti ognuno con il segno che gli compete.
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	**prodotto di una somma per una differenza = differenza di due quadrati**
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	il **cubo di un binomio** è uguale al cubo del primo termine, più il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo, più il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo, più il cubo del secondo termine.
$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$	**somma di due cubi**
$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$	**differenza di due cubi**

Combinazioni semplici

Supponiamo ora di avere N oggetti distinti e di volerne scegliere da questi k, senza tenere conto dell'ordinamento.

Un tale tipo di scelta è detto "**combinazione**".

Esempio 1

In quanti modi diversi possiamo estrarre 5 numeri da un'urna contenente i numeri da 1 a 90 ? (cioè, quale è il numero totale delle cinquine del gioco del lotto ?).

Esempio 2

Dati gli oggetti a, b, c vogliamo calcolare il numero di combinazioni semplici di classe 2.

Combinazioni semplici

Possibili coppie: ab, ac, bc, ba, ca, cb

Non ha importanza l'ordine quindi ab=ba, ac=ca, bc=cb

Coppie: ab, bc, ac

Il loro numero è pari al rapporto tra il numero delle disposizioni di 3 elementi presi a 2 a 2 ed il numero 2 che a sua volta rappresenta il numero di permutazione di due elementi:

$\mathbf{C_{3,2} = D_{3,2} /2!}$

In generale:

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

Coefficiente Binomiale

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Consideriamo lo sviluppo della potenza n-ma del binomio $(a+b)^n$. Scriviamolo in dettaglio per i casi più semplici:

$$\begin{aligned}
(a+b)^2 &= (a+b)\cdot(a+b) = a^2+2ab+b^2 \\
(a+b)^3 &= (a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b) = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
(a+b)^4 &= (a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b)\cdot(a+b) \\
&= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4 .
\end{aligned}$$

Coefficiente Binomiale

$$
\begin{aligned}
(a+b)^n &= a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdot \\
&\quad + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + + b^n \\
&= \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{n-i} b^i \\
&= \sum_{i=0}^{n} \frac{n!}{(n-i)!i!} a^i b^{n-i} .
\end{aligned}
$$

Coefficiente Binomiale

Triangolo di Tartaglia

n	Coefficienti binomiali	$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}$
0	1	1
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256

Fattorizzazione

$$P_n(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n)$$

Un polinomio di grado *n* in una certa variabile *x*, può essere scomposto in fattori. x_i sono le *n* radici reali del polinomio.

$$x^n - y^n = (x - y) \cdot \left(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \ldots + xy^{n-2} + y^{n-1}\right), \forall n \in \mathbb{N}$$

$$x^n + y^n = (x + y) \cdot \left(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \ldots - xy^{n-2} + y^{n-1}\right), \forall n = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$$

Fattorizzazione

Raccoglimento Totale:
Trovare il MCD tra tutti i termini del polinomio;
dividere poi ogni termine per il MCD e scrivere i risultati in parentesi.

Es: $ax + ay + 2a + a = a\,(x + y + 2 + 1)$
Dove a è il MCD e $(x + y + 2 + 1)$ è il risultato della divisione di ogni termine e il MCD.

Raccoglimento Parziale:
Si raccolgono alcuni termini del polinomio seguendo il criterio del raccoglimento totale.

Es: $ax+ay+ bx+by= = a\,(x + y) + b\,(x + y) = (x + y)\,(a + b)$
Sono stati scomposti prima ax e ay, poi bx e by; successivamente è stato fatto il raccoglimento totale.

Fattorizzazione

Scomposizione di un binomio

1) Binomio Differenza Di Quadrati:
$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

Es: $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$
Es: $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

2) Binomio Somma Di Cubi:
$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$
Es: $8x^3 + 125y^3 = (2x+5y)(4x^2 - 10xy + 25y^2)$

3)binomio Differenza Di Cubi:
$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$
Es:$8x^3 - 125y^3 = (2x-5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2)$ d

Fattorizzazione

Scomposizione di un trinomio

Trinomio Quadrato Di Binomio:
Regola: Bisogna avere un trinomio; bisogna accorgersi che nel trinomio sono presenti due quadrati dei quali calcolerete le basi; il terzo termine deve essere il doppio prodotto delle due basi trovate; se il doppio prodotto è positivo farete la somma delle basi, se negativo la differenza.
$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$
Es: $25x^2y^4 - 30xy^2 + 9 = (5xy^2 - 3)^2$

Trinomio Particolare:
Il coefficiente del termine di primo grado deve essere la somma di due numeri
Il termine di grado zero (t. noto) deve essere il prodotto degli stessi numeri
Il termine di secondo grado deve avere coefficiente uguale a 1
$x^2 + sx + p$
Formula: $x^2 + sx + p = (x+x_1)(x+x_2)$
Es: $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

Fattorizzazione

Scomposizione di un quadrinomio

1) Con Raccoglimento parziale

2) Quadrinomio Cubo Di Binomio:

$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A+B)^3$

Es: $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = = (2x - 1)^3$

2007–2013

Equazioni di II grado

Un equazione algebrica di 2° grado si presenta nella forma: $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$.

» Se $b \neq 0, c \neq 0$ l'equazione si dice in **forma completa** e si risolve utilizzando la **formula risolutiva**:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ si dice *discriminante*;

- se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ esistono **due soluzioni reali e distinte** che si ottengono applicando la *formula risolutiva*
- se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ esistono **due soluzioni reali e coincidenti** $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
- se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ esistono **due soluzioni complesse e coniugate.**

» Se $b = 0, c \neq 0$ l'equazione si dice **pura** e diventa $ax^2 + c = 0$.

Le due soluzioni sono $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

» Se $b \neq 0, c = 0$ l' equazione si dice **spuria** e si risolve raccogliendo $x(ax+b) = 0$ per cui le soluzioni sono $x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{b}{a}$

Equazioni di II grado

» **Formula ridotta**

Se *b* è pari, può essere più comodo applicare la formula risolutiva ridotta:

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

» **Relazione tra le soluzioni e i coefficienti *a, b, c* dell'equazione:**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

» **Scomposizione del trinomio di 2° grado:**

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Le progressioni

Progressione aritmetica

Progressione geometrica

Progressione aritmetica

- Si dice **progressione aritmetica** (o per differenza) una successione di numeri tale che sia costante la differenza fra un qualunque numero e il suo predecessore.

Esempio

- 5, 8, 11, 14, ...
- $8 - 5 = 3$
- $11 - 8 = 3$
- $14 - 11 = 3$

La ragione

- I termini successivi di una progressione si possono indicare così (lettere minuscole con indice):

  a_1 , a_2 , a_3 , ..., a_n , ...
- a_1 è il primo termine della progressione.
- La differenza costante, che nell'esempio numerico è 3, si chiama **ragione** della progressione aritmetica e si indica con **d**.

- $a_n = a_{n-1} + d$
- Formula per calcolare il **termine n-esimo** di una progressione aritmetica conoscendo il **primo termine** e la **ragione** :

  - $a_n = a_1 + (n - 1)d$

Progressione aritmetica finita

- Se di una progressione aritmetica consideriamo soltanto un numero finito di termini consecutivi
- (ad esempio, soltanto i primi n termini), parleremo di **progressione aritmetica finita**

La somma in una progressione aritmetica

- $S = a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_{n-1} + a_n$
- $S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \ldots$
- $a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + a_n - d = a_1 + a_n$ e così per ogni coppia (le coppie sono n/2)
- **$S = (a_1 + a_n)\, n/2$**
- $S = n(a_1 + a_1 + (n - 1)d)/2$

Progressione geometrica

- Si dice **progressione geometrica** una successione di numeri tale che sia costante il rapporto fra un qualunque numero e il suo predecessore.

- Il **rapporto costante** tra ogni termine (escludendo, ovviamente, il primo) e il precedente si dice "**ragione**" della progressione, e viene di solito indicato col simbolo **q**

Esempio

- 2, 10, 50, 250, 1250
- 10/2 = 5
- 50/10 = 5
- 250/50 = 5
- 1250/250 = 5

La ragione

- I termini successivi di una progressione si possono indicare così (lettere minuscole con indice):

  a_1 , a_2 , a_3 , ..., a_n , ...

- **a_1** è il primo termine della progressione.
- **$a_n = a_{n-1}\ q^{\ n}$ q= ragione**
- **$q = a_n\ / a_{n-1}$**

- $a_n = a_{n-1}\, q$
- $a_{n-1} = a_{n-2}\, q$
- $a_n = a_{n-1}\, q = a_{n-2}\, q\, q = a_{n-2}\, q^2$
- $a_n = a_1\, q^{n-1}$

Progressione geometrica finita

- Se di una progressione geometrica consideriamo soltanto un numero finito di termini consecutivi
- (ad esempio, soltanto i primi n termini), parleremo di **progressione geometrica finita**

La somma in una progressione geometrica

- $S = a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_{n-1} + a_n$
- $S = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \ldots\ldots + a_1 q^{n-1}$
- $S = a_1 (1 + q + q^2 + \ldots\ldots\ldots + q^{n-1})$
- $1 - q^n = (1 - q)(1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1})$
- $(1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1}) = (1 - q^n)/(1 - q)$
- $\mathbf{S = a_1 (1 - q^n)/(1 - q)}$