Eccellere nelle Olimpiadi della Matematica

Corso PON "Competenze per lo sviluppo"

Liceo Scientifico

"E. Medi"

Ing. Ivano Coccorullo – Prof.ssa Geri Cupolo

Olimpiadi della Matematica

Le **Olimpiadi Internazionali della Matematica** sono una gara internazionale di problem-solving matematico per studenti delle scuole medie superiori.

Sono la più vecchia delle Olimpiadi Scientifiche.

La competizione è articolata su vari **livelli**; si accede alla fase successiva della competizione se si rientra nell'elenco dei selezionati per merito.

"Una gara ad eliminazione"

Giochi di Archimede

Selezioni provinciali

Finale nazionale a Cesenatico: si vincono le medaglie ☺

Stage pre-olimpico

Finale internazionale

"Olimpiadi Nazionali della Matematica"

Il vincitore della finale nazionale di Cesenatico si può fregiare del titolo di **campione italiano delle Olimpiadi di Matematica**.

- 1987: *Massimo Gobbino* di Asti (5° anno)
- 1988: *Andrea Maffei* di Pisa (4° anno)
- 1989: *Carlo Mantegazza* di Milano (5° anno)
- 1990: *Sergio Conti* di Pisa (5° anno)
- 1991: *Emanuele Paolini* di Udine (4° anno)
- 1992: *Alberto Canonaco* di Crema (5° anno)
- 1993: *Davide Pagnin* di Pordenone (5° anno)
- 1994: *Francesco Morandin* di Treviso (5° anno)
- 1995: *Saverio Trioni* di Milano (5° anno)
- 1996: *Davide Gaiotto* di Torino (5° anno)
- 1997: *Diego Conti* di Pisa (5° anno)
- 1998: *Gregorio Guidi* di Cesena (5° anno)
- 1999: *Marcello Mamino* di Asti (5° anno)
- 2000: *Dario Saccavino* di Milano (5° anno)

- 2000: *Dario Saccavino* di Milano (5° anno)

- 2001: *Emanuele Spadaro* di Catania (4° anno)
- 2002: *Emanuele Spadaro* di Catania (5° anno)
- 2003: *Giulio Tiozzo* di Torino (5° anno)
- 2004: *Luca Barbieri* di Milano (4° anno)
- 2005: *Gabriele Negro* di Udine (5° anno)
- 2006: *Simone Di Marino* di Pescara (5° anno)
- 2007: *Pietro Vertechi* di Roma (3° anno)
- 2008: *Andrea Fogari* di Gorizia (3° anno)
- 2009: *Andrea Bianchi* di Latina (3° anno) e *Luca Ghidelli* di Bergamo (4° anno), *ex aequo*
- 2010: *Luca Ghidelli* di Bergamo (5° anno)

Olimpiadi internazionali della Matematica

Le prime olimpiadi si tennero nel 1959 in **Romania** con la partecipazione di 7 nazioni. Da allora la gara si è tenuta ogni anno, tranne il 1980, e si è estesa a più di 80 nazioni partecipanti di 5 continenti.

La 52^{a} Olimpiade si terrà a **Amsterdam**, Paesi Bassi dal 2 al 24 luglio del 2011.

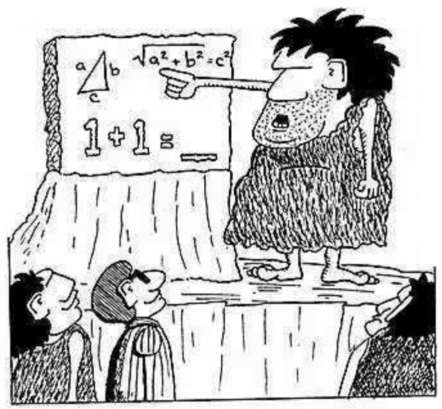
Le olimpiadi consistono nella soluzione di 6 problemi nei domini della Geometria, Algebra, Logica, Statistica e Calcolo Combinatorio.

Tematiche delle Olimpiadi della Matematica

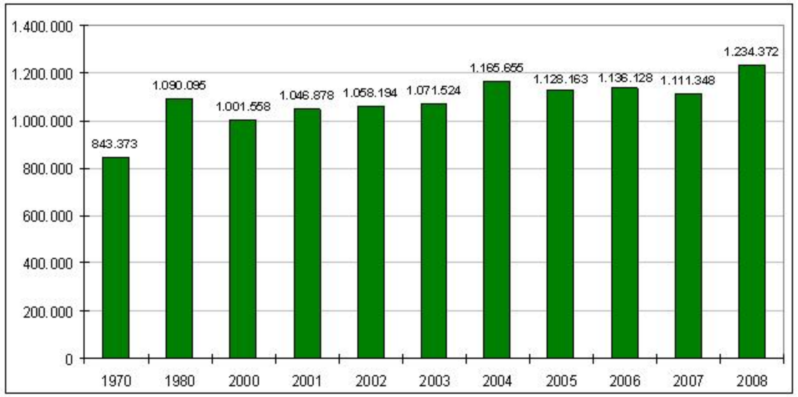
- ✓ Geometria
- ✓ Algebra
- ✓ Logica
- ✓ Statistica e Calcolo delle Probabilità

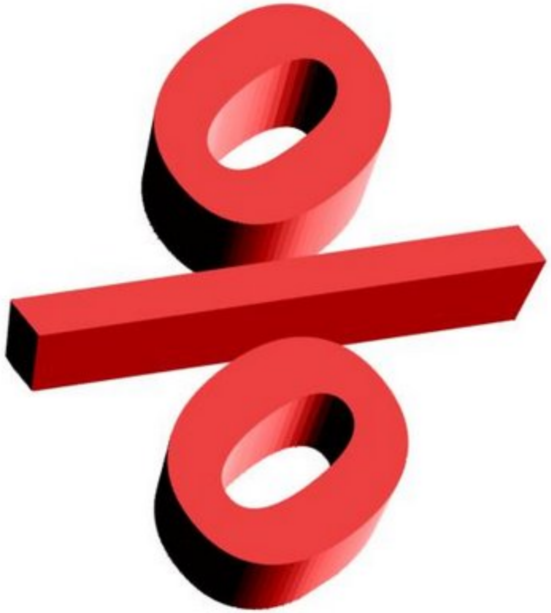
Statistica e Calcolo delle Probabilità

Dottrina della sorte



Statistica e Calcolo delle Probabilità





Programma del Corso

Statistica descrittiva , medie , frequenze , grafici .	• Determinare frequenze statistiche • Rappresentare graficamente una distribuzione • Calcolare e utilizzare indici di media e di dispersione • Standardizzare una distribuzione • Studiare statistiche bivariate • Determinare l'indipendenza statistica • Calcolare la correlazione • Determinare la retta di regressione lineare • Rappresentare dati statistici in tabelle e grafici con l'utilizzo di software applicativi
Calcolo combinatorio , disposizioni ,combinazioni e coefficienti binomiali .	• Calcolare disposizioni semplici e permutazioni • Calcolare combinazioni semplici • Utilizzare i coefficienti binomiali • Determinare la potenza di un binomio ; conoscere il triangolo di Tartaglia • Calcolare combinazioni e disposizioni con ripetizione
Probabilità semplici , composte , condizionate , variabili aleatorie	• Calcolare la probabilità come misura • Applicare il calcolo combinatorio alla probabilità • Determinare le estrazioni da un'urna • Calcolare probabilità composte • Calcolare probabilità condizionate , utilizzare la formula di Bayes • Riconoscere le caratteristiche di una variabile aleatoria

Correzione Test

Correzione Test

La risposta è (**A**). 1

Se il pilota vuole percorrere 50 km alla velocità media di 100 km/h il tempo complessivo per percorrerli deve essere di mezz'ora. D'altra parte per coprire solo la prima metà del percorso ha già impiegato più di mezz'ora e qualsiasi sia la velocità media con cui copre la seconda metà, il tempo complessivo di percorrenza sarà strettamente maggiore di mezz'ora.

La risposta è (**B**). 2

Indichiamo con A, B e C il numero di birilli buttati giù da Alberto, Barbara e Clara rispettivamente. Abbiamo $A + B + C \leq 2008$; inoltre $A = 3B$ e $B = 2C$ quindi $A = 6C$. Allora $6C + 2C + C = 9C \leq 2008$ da cui segue

$$C \leq \frac{2008}{9} = 223 + \frac{1}{9}.$$

Poichè C è un numero naturale abbiamo che il numero massimo di birilli che Cliara può aver buttato giù è 223. Di conseguenza il numero massimo di birilli che Alberto può aver buttato giù è $223 \times 6 = 1338$.

Correzione Test

La risposta è **(A)**. 3

Indichiamo con N il numero di amici di Pietro e Paolo che partcipano alla festa in pizzeria, (esclusi Pietro e Paolo stessi). Il conto della cena in Euro deve coincidere sia con $12(N+2)$ che con $16N$. Uguagliando queste due quantità si ottiene $12N + 24 = 16N$ da cui si ricava $N = 6$.

La risposta è **(A)**. 4

Indichiamo con N il numero di maestri presenti quest'anno e con S il loro stipendio per quest'anno. La spesa complessiva per quest'anno è dunque SN. Il prossimo anno ci saranno $\frac{7}{10}N$ maestri e lo stipendio di ciscuno di loro sarà di $\frac{135}{100}S$. La spesa complessiva sarà allora

$$\frac{7}{10}N\,\frac{135}{100}S = SN\,\frac{945}{1000}$$

ovvero il $94,5$ % della spesa di quest'anno. Quindi la spesa complessiva diminuirà del $5,5$ %.

Correzione Test

5

La risposta è **(D)**.
Data un'equazione di secondo grado che ammetta due soluzioni reali e che abbia coefficiente del termine di secondo grado uguale a 1, la somma delle soluzioni coincide con il termine di primo grado cambiato di segno, e il loro prodotto è pari al termine noto. Quindi, se l'equazione del problema ammette due soluzioni reali, la loro somma deve essere uguale a $-b$ e il loro prodotto deve essere -16. Se richiediamo inoltre che le soluzioni siano intere si hanno solo le seguenti possibilità:

- una delle soluzioni è 1 e l'altra è $-16 \Rightarrow\ b = 15$;
- una delle soluzioni è -1 e l'altra è $16 \Rightarrow\ b = -15$;
- una delle soluzioni è 8 e l'altra è $-2 \Rightarrow\ b = -6$;
- una delle soluzioni è -8 e l'altra è $2 \Rightarrow\ b = 6$;
- una delle soluzioni è -4 e l'altra è $4 \Rightarrow\ b = 0$.

Pertanto b può assumere 5 valori distinti.

Correzione Test

10

La risposta è **(D)**.
Supponiamo di aver scelto uno qualsiasi dei quindici giocatori della prima squadra; nella seconda squadra abbiamo la possibilità di scegliere tra quatordici giocatori (tutti eccettuato quello con lo stesso numero di maglia del giocatore scelto dalla prima squadra). Scelto anche il giocatore della seconda squadra, per scegliere il giocatore della terza squadra abbiamo tredici possibilità. Complessivamente abbiamo $15 \times 14 \times 13 = 2730$ possibilità distinte.

Correzione Test

12

La risposta è **(E)**.
Se calcoliamo "a mano" i primi termini della sequenza troviamo:

$$0\,,1\,,1\,,2\,,4\,,8\,,16\,,32\,,\ldots$$

Ovvero, eccettuato il primo termine, sono tutti potenze di 2 e più precisamente dal terzo termine in poi vale

$$F_n = 2^{n-3}\,,$$

dove F_n indica il termine n–esimo della sequenza. Questa uguaglianza può essere dimostrata così: per $n \geq 3$ possiamo scrivere

$$F_n = F_{n-1} + \cdots + F_0\,,$$
$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1} + \cdots + F_0 = F_n + F_n = 2F_n\,.$$

Quindi ogni termine della sequenza (dal quarto in poi) è il doppio del precedente. Poichè il terzo termine è $F_3 = 1 = 2^0$ segue che $F_n = 2^{n-3}$. In particolare $F_{15} = 2^{12} = 4096$.

Correzione Test

13

25. La risposta è **(A)**.
Se abbiamo un quadrato di tre caselle per ogni lato in cui, fissata una qualsiasi riga, colonna o diagonale, la somma dei numeri scritti nelle sue caselle (che supponiamo numeri interi) è uguale sempre allo stesso numero S, allora S deve essere un multiplo di tre.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Infatti, facendo riferimento alla figura abbiamo:

$$(d+e+f)+(b+e+h)+(a+e+i)+(c+e+g)=S+S+S+S=4S\,.$$

D'altra parte

$$(a+b+c)+(d+e+f)+(g+h+i)=S+S+S=3S\,.$$

Sottraendo termine a termine la seconda uguaglianza dalla prima, troviamo

$$3e=S\,,$$

ovvero S è un multiplo di 3. Quindi non esiste nessun quadrato con le caratteristiche richieste in cui $S=4$.

Correzione Test

14

La risposta è **(C)**.
I 2000 corridori che arrivano al traguardo sono il 5 % dei partecipanti alla maratona; quindi il numero totale dei partecipanti alla maratona è

$$\frac{2000}{5} \times 100 = 40\,000 \,.$$

I 40 000 partecipanti alla maratona sono a loro volta l'80 % degli abitanti di Marte, quindi il numero complessivo di abitanti del pianeta è

$$\frac{40\,000}{80} \times 100 = 50\,000 \,.$$

Correzione Test

15

La risposta è **(D)**.
Indichiamo con l la lunghezza complessiva della strada da casa a scuola. Se x indica la strada percorsa da Pietro da quando esce da scuola a quando incontra la mamma, la strada percorsa dalla mamma da quando esce di casa a quando incontra Pietro è $2x$. Inoltre la somma di x e $2x$ deve essere uguale a l, dunque $3x = l$ e $\frac{x}{l} = \frac{1}{3}$. Questo vuol dire che nel momento in cui incontra la mamma Pietro ha percorso un terzo della strada e la mamma due terzi.