Altieri Cosimo

Belvedere Antonietta

Bevilacqua Giuseppe

Cicalese Cosimo

Conforti Federico

Coppola Samantha

Cornetta Salvatore

De Santis Francesca

Del Grosso Raffaella

Longo Giuseppe

Moccaldi Annachiara

Sansivieri Valerio

Visconti Umberto

Il Piacere della Logica

Corso PON "Competenze per lo sviluppo"

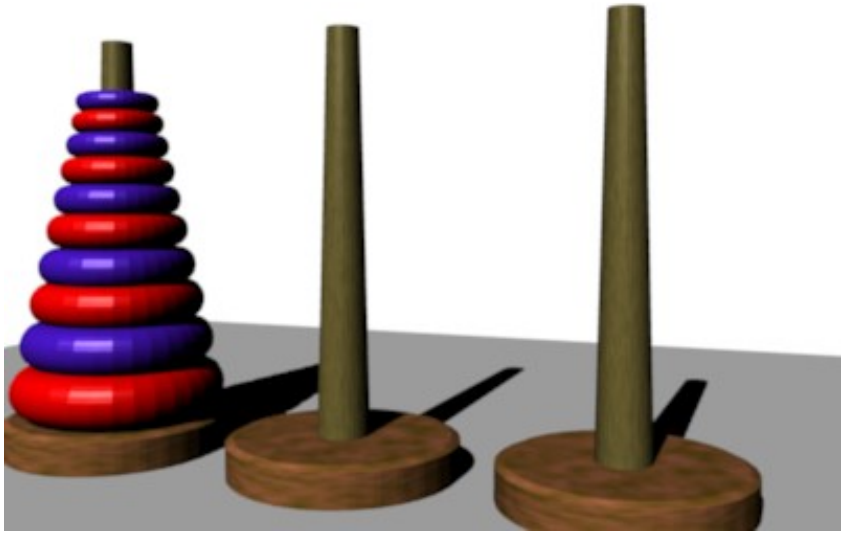
Istituto Tecnico Statale

"Giustino Fortunato"

Eboli

Ing. Ivano Coccorullo – Prof.ssa Adriana Marino

La Torre di Hanoi



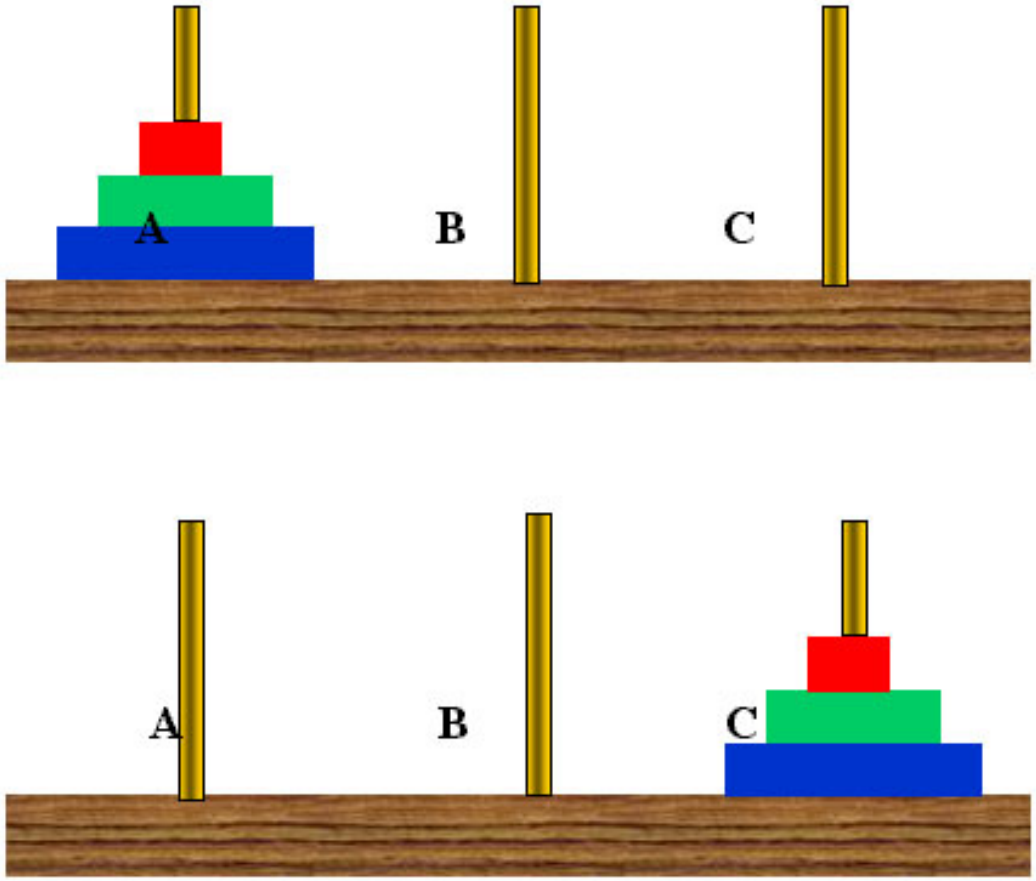
Le Torri di Hanoi

Il problema delle **Torri di Hanoi** deriva da una antica leggenda indiana che recita così: «nel grande tempio di Brahma a Benares, su di un piatto di ottone, sotto la cupola che segna il centro del mondo, si trovano **64 dischi d'oro puro** che i monaci spostano uno alla volta infilandoli in un ago di diamanti, seguendo l'immutabile legge di Brahma: **nessun disco può essere posato su un altro più piccolo**. All'inizio del mondo tutti i 64 dischi erano infilati in un ago e formavano la Torre di Brahma. Il processo di spostamento dei dischi da un ago all'altro è tuttora in corso. Quando l'ultimo disco sarà finalmente piazzato a formare di nuovo la Torre di Brahma in un ago diverso, allora **arriverà la fine del mondo** e tutto si trasformerà in polvere.»

Le Torri di Hanoi

Il problema delle **Torri di Hanoi** con tre dischi

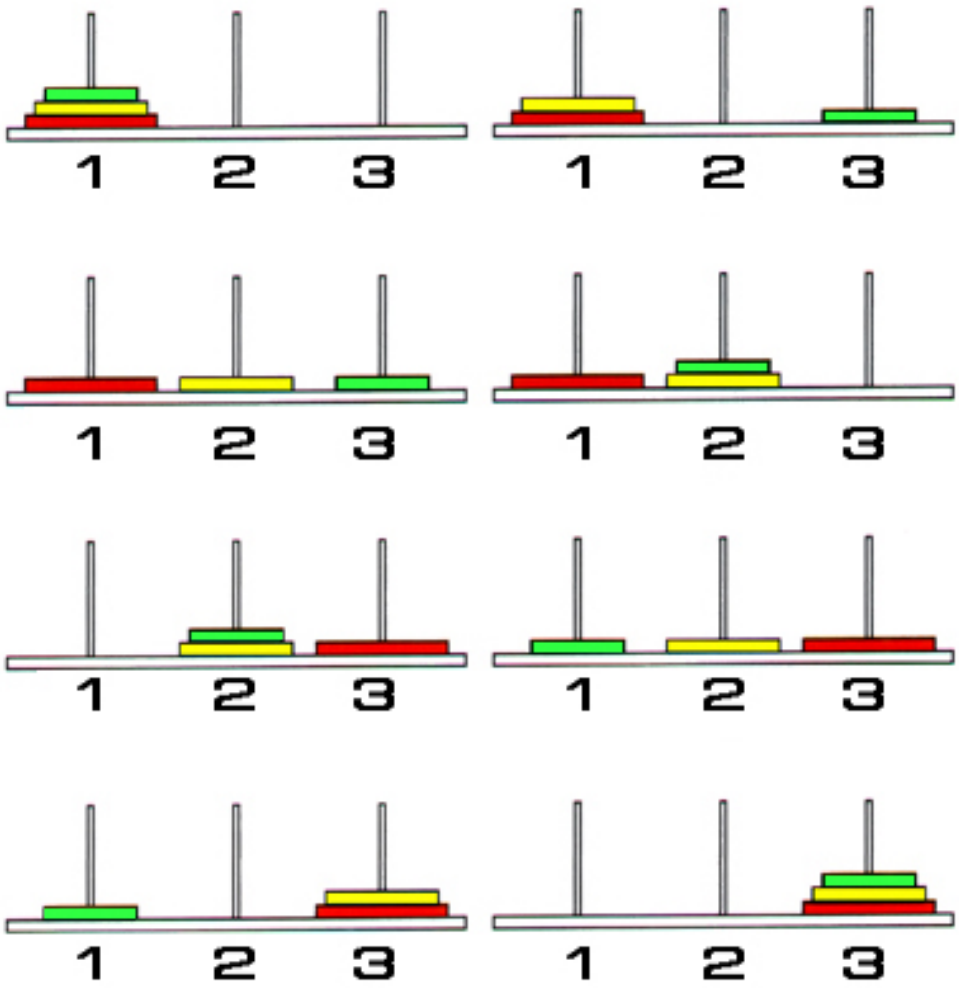
Le Torri di Hanoi



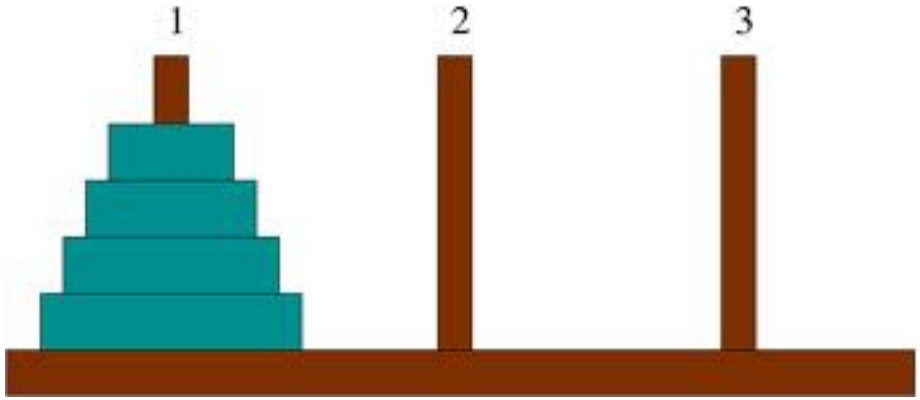
Configurazione iniziale e finale della *Torre di Hanoi* a tre dischi.

Le Torri di Hanoi

Soluzione del problema delle **Torri di Hanoi** con tre dischi



Le Torri di Hanoi



Problema delle **Torri di Hanoi** con quattro dischi

Problema delle **Torri di Hanoi** con cinque dischi

N.Dischi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mosse	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023

Soluzione: il Principio di Induzione

- Consideriamo una asserzione $\mathcal{P}$ sull'intero n. Ad esempio:
  - $\mathcal{P}$(n) = "La somma dei primi n numeri dispari è uguale a n^2."
- Si può dimostrare che $\mathcal{P}$(n) è vera per tutti gli interi positivi n nel modo seguente:
  - si prova che $\mathcal{P}$(1) è vera (*base dell'induzione*)
  - si prova che, se sono vere $\mathcal{P}$(1), $\mathcal{P}$(2), …, $\mathcal{P}$(n) per un qualunque valore n, allora è vera anche $\mathcal{P}$(n+1) (*passo induttivo*)

  La stessa cosa si può fare ovviamente per dimostrare $\mathcal{P}$(n) per tutti gli interi non-negativi: basta considerare come base $\mathcal{P}$(0) anzichè $\mathcal{P}$(1)
- Per dare una dimostrazione per induzione matematica il primo passo è individuare su che cosa (su quale quantità) effettuare l'induzione.

Soluzione: il Principio di Induzione

- Completiamo l'esempio. Tesi: per ogni intero n≥1 vale P(n), dove:
  - P(n) = "La somma dei primi n numeri dispari è uguale a n^2."
- Dimostrazione:
  - possiamo scrivere P(n) come: $\sum_{k=1}^{n} (2*k-1) = n^2$
  - *Base dell'induzione*: P(1) è vera, infatti $1 = 1^2$.
  - *Passo induttivo*: Se P(k) è vera per tutti i k da 1 a n, allora è vera in particolare per k=n, quindi possiamo assumere che P(n) sia vera.

    Dimostriamo che di conseguenza P è vera per n+1.
    - Sommiamo (2 * (n+1) - 1), cioè (2 * n + 1) ai due lati di P(n):
    - il lato sinistro diventa ovviamente $\sum_{k=1}^{n+1} (2*k-1)$
    - per il lato destro: $n^2 + 2 * n + 1 = (n + 1)^2$ **CVD**

Soluzione: il Principio di Induzione

Per effettuare una dimostrazione per induzione matematica occorre:

- stabilire su quale quantità si applica l'induzione:
  la lunghezza della sequenza dei primi numeri dispari
- esprimere il teorema nei termini della quantità su cui si applica l'induzione
  P(n) = "La somma dei primi n numeri dispari è uguale a n^2."
- stabilire per quale valore della quantità su cui si applica l'induzione si ha la condizione base dell'induzione
  sequenza dei primi numeri dispari di lunghezza 1
- dimostrare direttamente il teorema nella condizione base dell'induzione
- esplicitare l'ipotesi induttiva e il passo induttivo
  Se P(k) è vera per tutti i k da 1 a n, allora è vera per k=n, possiamo assumere che P(n) sia vera. Bisogna di conseguenza dimostrare la verità di P(n+1).
- dimostrare il passo induttivo
  Quando si invoca l'ipotesi induttiva bisogna fare vedere che essa è applicabile.

Swi-prolog: un dimostratore automatico

Il **Prolog** è impiegato in molti programmi di **intelligenza artificiale**, la sua sintassi e la semantica sono molto semplici e chiare.

SWI-Prolog è un'implementazione open source del linguaggio di programmazione Prolog, comunemente usato per applicazioni in ambito di intelligenza artificiale e web semantico.

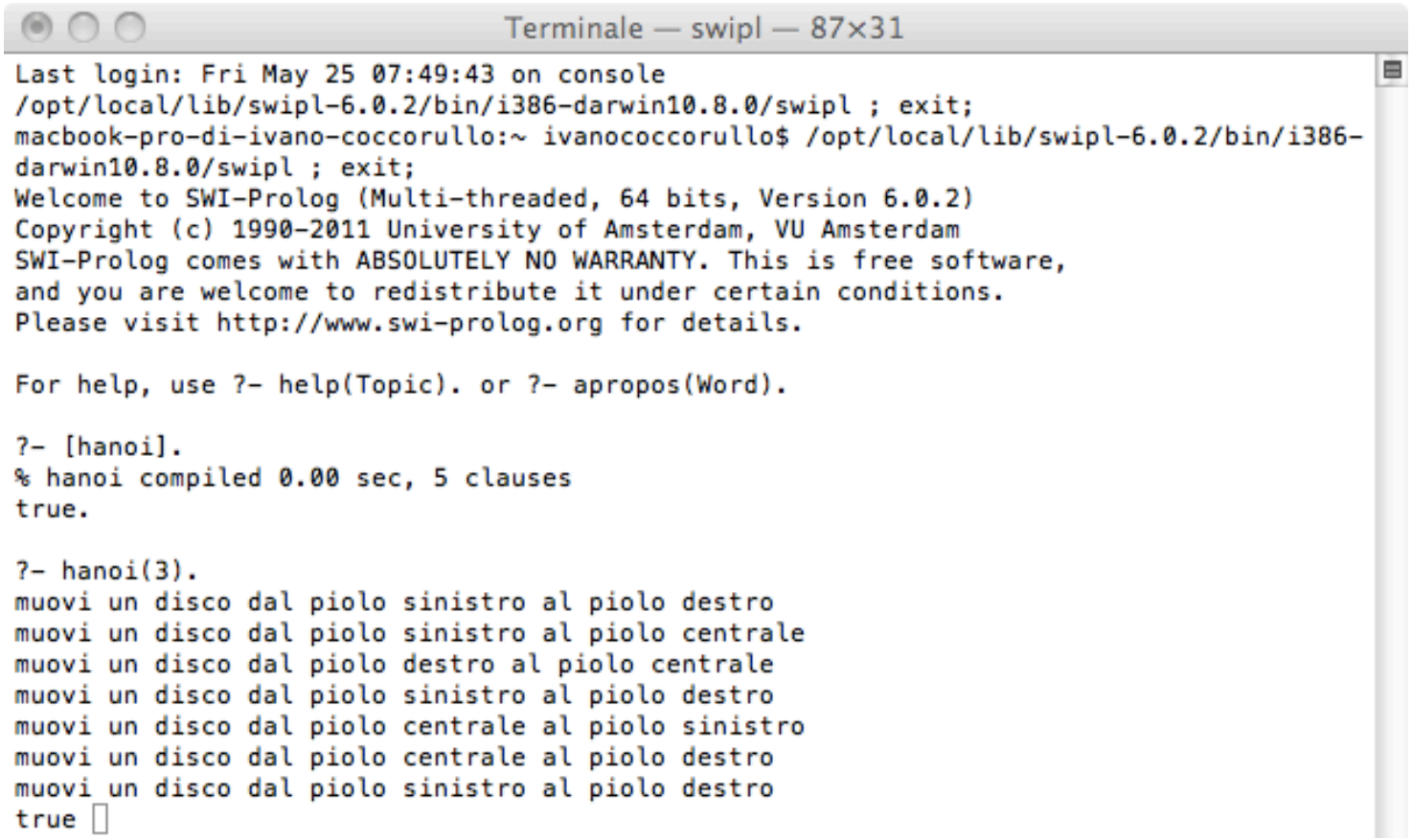
L'esecuzione di un programma Prolog è comparabile alla **dimostrazione di un teorema.**

Swi-prolog: il listato

```
%Torre di Hanoi

hanoi(N):-muovi(sinistro,centrale,destro,N).

muovi(A,_,C,1) :- write('muovi un disco dal piolo '), write(A),
write(' al piolo '), write(C), nl.

muovi(A,B,C,N) :- N>1, PreN is N-1, muovi(A,C,B,PreN),
muovi(A,B,C,1), muovi(B,A,C,PreN).
```

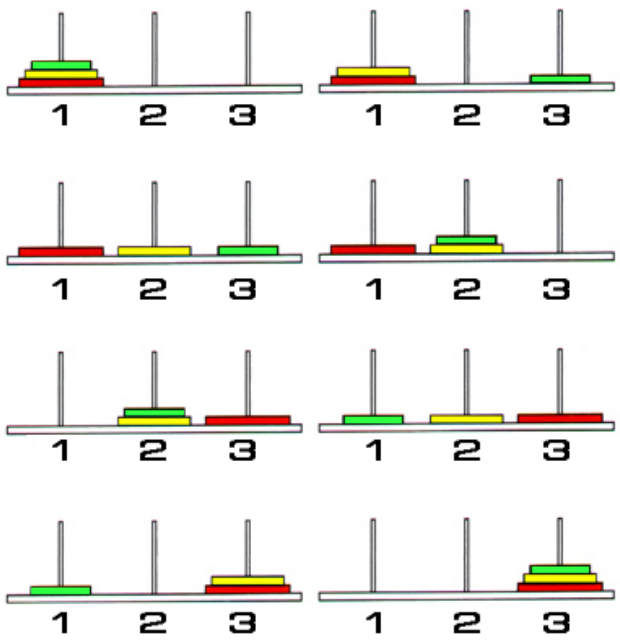
2007-2013

Le Torri di Hanoi: 3 dischi



2007-2013

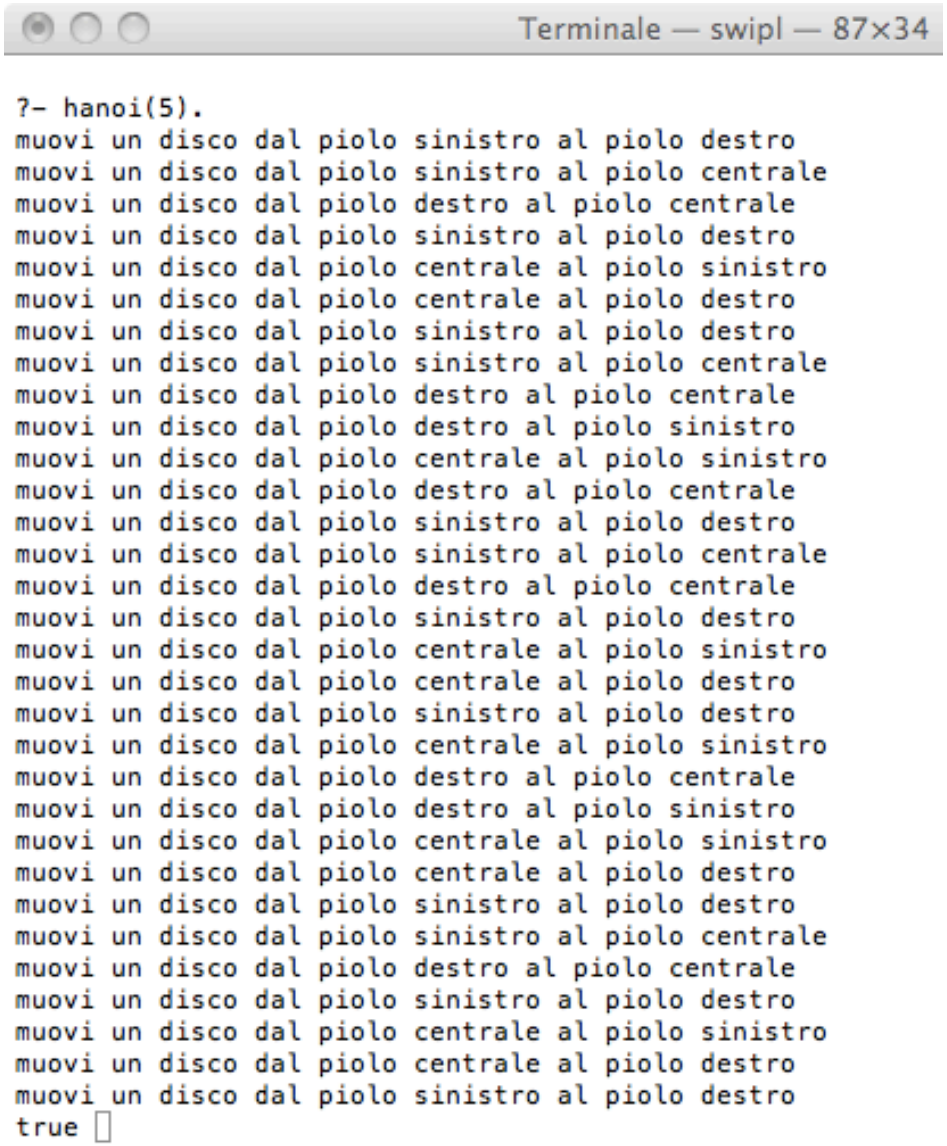
Le Torri di Hanoi: 4 dischi



Terminale — swipl — 87×31

```
?- [hanoi].
% hanoi compiled 0.00 sec, 5 clauses
true.

?- hanoi(3).
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
true .

?- hanoi(4).
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
true
```

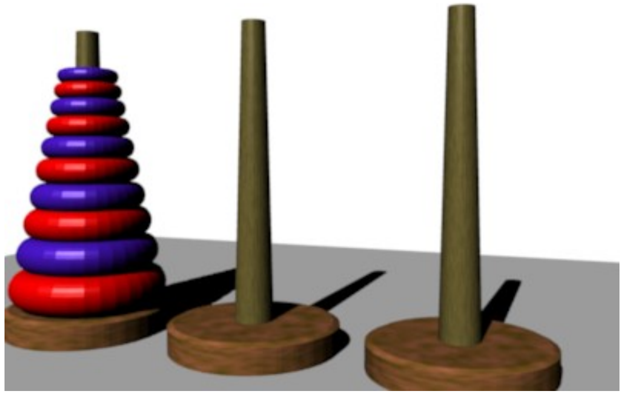
Le Torri di Hanoi: 5 dischi



Terminale — swipl — 89×

```
?- hanoi(6).
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
```

Le Torri di Hanoi: 6 dischi



Terminale — swipl — 89

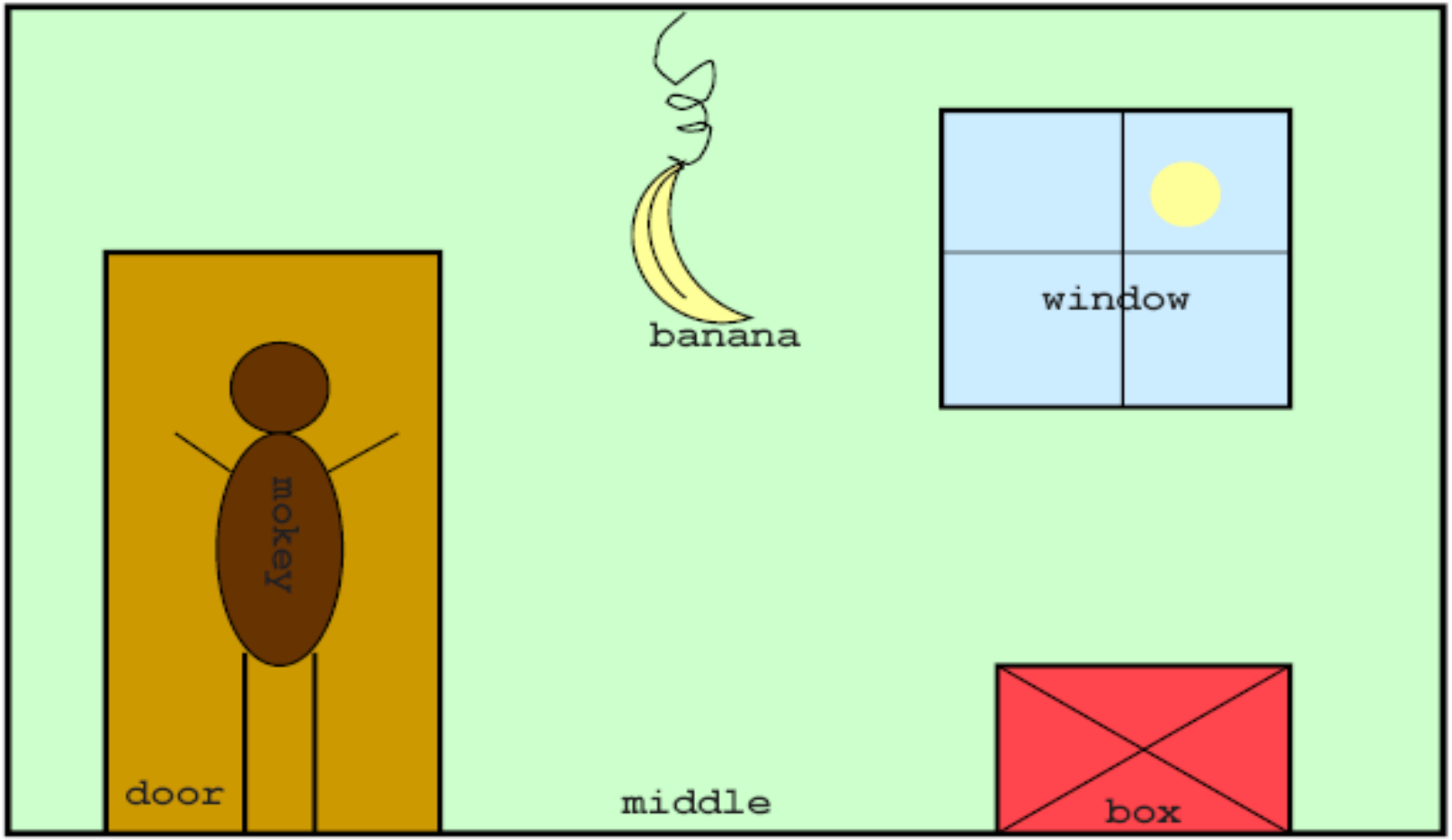
```
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo destro al piolo sinistro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo centrale
muovi un disco dal piolo sinistro al piolo destro
muovi un disco dal piolo centrale al piolo destro
true
```

La scimmia e la banana

Il problema della scimmia e della banana

- ✓ Una **scimmia** vuole prendere una **banana** che è appesa al centro della stanza.
- ✓ La scimmia non riesce a raggiungere la banana nemmeno saltando.
- ✓ La scimmia può salire su una **scatola** di legno, che non è posta sotto la banana, per arrivare ad afferrarla.
- ✓ Per raggiungere l'obiettivo la scimmia deve compiere **quattro azioni in sequenza**: raggiungere la scatola, spostare la scatola, salire sulla scatola e afferrare la banana.

Il problema della scimmia e della banana



Il problema della scimmia e della banana

- ✓ Il problema può essere modellato tramite **stati** e **azioni**:
- ✓ Uno **stato** rappresenta le informazioni rilevanti di una particolare situazione. Per esempio, lo stato ci dice dove è la scimmia (a terra o sulla scatola) e se ha o no la banana.
- ✓ Le **azioni** ci fanno passare da uno stato all'altro.

Attenzione: in generale un'azione può essere compiuta se sono verificate certe precondizioni. Per esempio, la scimmia non pò aferrare la banana se non è sulla scatola.

Il problema della scimmia e della banana

La scimmia può salire su una **scatola di legno**, che è posta sotto la banana, per arrivare ad afferrarla.

Per raggiungere l'obiettivo la scimmia deve compiere diverse azioni in sequenza:

- ✓ **raggiungere** la scatola
- ✓ **spostarla** sotto la banana
- ✓ **salire** sulla scatola
- ✓ **afferrare** la banana
- ✓ **mangiare** la banana.

Swi-prolog: il listato


```
%%Problema della scimmia e della banana.

%%La scimmia si trova in una stanza sul cui soffitto è appesa una banana che la scimmia vuole mangiare,

%%nella stanza c'è anche una cassa. Per raggiungere la banana deve salire sulla cassa dopo aver posto la stessa sotto la banana.

%% "X1" =  posizione scimmia.

%% "X2" =  posizione banana.

%% "X3" =  posizione cassa.

%% "X4" =  {sotto, sopra}.

%% "X5" =  {si,no}.
```

Swi-prolog: il listato


```
%%Problema della scimmia e della banana.

inizio:-write('Lettura stato iniziale:'),nl,write('A quanti passi dalla
porta si trova la scimmia?

X1= '), read(X1),nl,write('A quanti passi dalla porta si trova la
banana?

X2= '), read(X2),nl,write('A quanti passi dalla porta si trova la
cassa?

X3= '), read(X3),nl,write('La scimmia si trova sopra o sotto la
cassa?

X4= '), read(X4),nl,write('Ha la banana? si o no?

X5= '), read(X5),nl,stato(X1,X2,X3,X4,X5).
```

Swi-prolog: il listato

```
stato(X,_,Z,sopra,si):- (X\=Z) -> write('Se X1!=X3 la scimmia non può essere sopra la cassa, ridefinisci lo stato iniziale!').

stato(X,_,Z,sopra,no):- (X\=Z) -> write('Se X1!=X3 la scimmia non può essere sopra la cassa, ridefinisci lo stato iniziale!').

stato(X,Y,Z,sopra,no):- (X\=Y) -> write('La scimmia scende dalla cassa'), nl, stato(X,Y,Z,sotto,no).

stato(X,X,X,sopra,si):-write('La scimmia mangia la banana... e buon appetito...').

stato(X,X,X,sopra,no):-write('La scimmia afferra la banana'), nl, stato(X,X,X,sopra,si).

stato(X,X,X,sotto,no):-write('La scimmia salta sulla cassa'),nl, stato(X,X,X,sopra,no).
```

Swi-prolog: il listato

```
stato(Z,X,Z,sotto,no):- (X>Z) -> (write('La scimmia spinge la cassa '), S is (X-Z), write(S),(write(' passi in avanti ')),nl,stato(X,X,X,sotto,no)).

stato(Z,X,Z,sotto,no):- (X<Z) -> (write('La scimmia tira la cassa '), T is (Z-X), write(T),(write(' passi indietro ')),nl,stato(X,X,X,sotto,no)).

stato(X,Y,Z,sotto,no):- (X<Z) -> (write('La scimmia fa '),Q is (Z-X), write(Q),write(' passi in avanti e prende la cassa'),nl,stato(Z,Y,Z,sotto,no)).

stato(X,Y,Z,sotto,no):- (X>Z) -> (write('La scimmia fa '),R is (X-Z), write(R),write(' passi indietro e prende la cassa'),nl,stato(Z,Y,Z,sotto,no)).
```

2007-2013

Swi-prolog: i risultati

Terminale — swipl — 83×36

```
Last login: Fri May 25 12:15:26 on ttys000
/opt/local/lib/swipl-6.0.2/bin/i386-darwin10.8.0/swipl ; exit;
macbook-pro-di-ivano-coccorullo:~ ivanococcorullo$ /opt/local/lib/swipl-6.0.2/bin/i
386-darwin10.8.0/swipl ; exit;
Welcome to SWI-Prolog (Multi-threaded, 64 bits, Version 6.0.2)
Copyright (c) 1990-2011 University of Amsterdam, VU Amsterdam
SWI-Prolog comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY. This is free software,
and you are welcome to redistribute it under certain conditions.
Please visit http://www.swi-prolog.org for details.

For help, use ?- help(Topic). or ?- apropos(Word).

?- [scimmia2].
% scimmia2 compiled 0.00 sec, 13 clauses
true.

?- inizio.
Lettura stato iniziale:
A quanti passi dalla porta si trova la scimmia? X1= 2
|: .

A quanti passi dalla porta si trova la banana? X2= 5.

A quanti passi dalla porta si trova la cassa? X3= 7.

La scimmia si trova sopra o sotto la cassa? X4= sotto.

Ha la banana? si o no? X5= no.

La scimmia fa 5 passi in avanti e prende la cassa
La scimmia tira la cassa 2 passi indietro
La scimmia salta sulla cassa
La scimmia afferra la banana
La scimmia mangia la banana... e buon appetito...
true
```